



**P-1 de Álgebra Linear Numérica**

Aluno(a):.....

1º Semestre de 2012 Data: 24 de maio de 2012 Horário: 9:40às 11:20 horas

**Não desmonte a prova. A prova é individual. Justifique suas respostas.**

1ª Questão	2ª Questão	Total

**1ª Questão:** (6pt) (Regressão Numérica e Mudança de Coordenadas) Seja um sistema de registro de imagens de satélite, onde deseja-se alinhar várias imagens tiradas de um mesmo território. As imagens estão rotacionadas e transladadas entre si, possuindo algum grau de sobreposição. Considere-se apenas duas imagens para esta questão.

- (notação – 1pt) Forneça uma notação para o problema do alinhamento entre as imagens. Descreva a fórmula de rotação e translação das coordenadas de cada ponto em símbolos matemáticos. Desenhe um esquema para ilustrar sua notação e os sistemas de coordenadas em questão.
- (solução analítica – 2pt) Suponha que um dado ponto de coordenadas  $(5, 20)$  na imagem 1 tenha coordenadas  $(2, 2)$  na imagem 2. Suponha também que a imagem 2 tenha sofrido uma rotação de  $60^\circ$  em relação à primeira. Encontre a matriz de rotação e o vetor translação, em termos dos dados pontos e ângulo de rotação.
- (solução numérica – 3pt) Suponha que não se sabe o ângulo de rotação, mas que são dadas as coordenadas aproximadas de 10 pontos em correspondência entre as imagens, fornecidas por *clicks* de mouse, ou seja, são dadas as coordenadas em píxels dos mesmos 10 pontos no sistema da imagem 1 bem como no sistema da imagem 2. Pergunta-se:
  - (0.5pt) O que você precisa saber numericamente para escrever um programa para alinhar todos os píxels da imagem 2 à imagem 1 (não apenas os 10 pontos)? Justifique.
  - (1.5pt) Como você encontraria a matriz de rotação e o vetor translação que melhor se ajustam a esses dados? Escreva o sistema linear. Liste uma estratégia numérica de solução passo-a-passo.
  - (0.5pt) Como você resolveria este problema em Scilab usando a barra invertida?
  - (0.5pt) Como você resolveria este problema em Scilab usando a função *svd*?

Se necessário, assuma a matriz de rotação como sendo uma transformação  $2 \times 2$  geral (4 parâmetros), mas explique em linhas gerais o que você faria no caso de uma rotação.

**2ª Questão:** (4pt) (SVD) O teorema da decomposição em valores singulares é central em álgebra linear numérica e pode ser enunciado como visto em sala de aula.

- (0.5pt) Forneça uma interpretação geométrica da decomposição em valores singulares.
- (2pt) Liste as principais etapas e idéias da demonstração deste teorema.
- (1.5pt) Forneça uma demonstração detalhada do teorema da decomposição em valores singulares.